

文章编号: 1000-7598-(2006) 增-0870-05

层状地基群桩沉降研究

朱 奎, 徐日庆

(浙江大学 土木工程学系, 杭州 310027)

摘 要: 考虑了桩的加筋与遮帘效应, 通过剪切位移法依据力与位移的协调条件得出桩的柔度系数。在此基础上建立土的成层性模型, 根据桩顶与桩底的物理关系推导了桩顶沉降与荷载关系的解析解。通过工程算例进行比较, 结果表明, 以土层状模型建立的群桩沉降计算方法是可行的。分析表明, 加固区土层不同分布对桩沉降有所影响, 浅部土模量的提高有利于减小沉降。

关 键 词: 群桩沉降; 剪切位移法; 土层状模型; 加筋与遮帘效应

中图分类号: TU 473 **文献标识码:** A

Study on pile group settlement in layered foundation

ZHU Kui, XU Ri-qin

(Department of Civil Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Considering reinforcement and curtain effect, flexibility coefficient of pile is obtained by means of shear displacement method. Theoretical solution between settlement and load of pile is deduced according to physical relation of pile head and pile bottom on the basis of soil layered model. Comparative result of engineering example demonstrates that the pile groups settlement computation method is feasible. Moreover, the analysis indicates that the soil layered distribution in the reinforcement area influences the pile groups settlement; the increase of soil modulus can reduce its settlement effectively.

Key words: pile group settlement; shear displacement method; soil layered model; reinforcement and curtain effect

1 引 言

桩基沉降计算目前主要有 4 种方法: 弹性理论法、剪切位移法、荷载传递法和有限元法。前 3 种方法从单桩分析入手, 在一定的假设基础上通过群桩影响系数叠加后应用于群桩分析, 具有简单实用的特点。第 4 种方法计算结果虽然相对精确, 但由于桩土参数的不确定性以及计算机计算容量等很难在实践工程推广, 目前主要在研究领域应用。前 3 种方法的误差主要来源于三个方面: (1) 未能考虑土层状分布对沉降的影响; (2) 未能描述或者粗糙地描述了桩的加筋与遮帘效应; (3) 未能考虑土非线性对沉降计算的影响。由于土的非线性是一个非常复杂的问题, 而实践工程中地基土工作状态基本

处于弹性状态, 土体内的塑性区域很小^[1], 故本文暂时搁置第三方面因素, 考虑了前两个方面因素, 重点对土层状分布对群桩影响系数进行了探讨。

2 单层地基模型

把桩模拟成 Winker 梁, 桩土之间的作用采用线弹性弹簧描述。考虑加筋与遮帘效应时两根桩相互作用的过程如下:

① A 桩在荷载 P_1 作用下产生位 $W_1(z)$; ② A 桩在 B 桩部位产生剪切位移 $W_2(z)$; ③ 由于 B 桩的存在引起 B 桩部位附加剪切应力; ④ B 桩部位附加剪切应力对 A 桩部位产生附加剪切应力; ⑤ A 桩部位附加剪切应力反过来又影响 B 桩, 重复 ③、④步直至两桩达到平衡。

收稿日期: 2006-10-28

基金项目: 浙江省建设厅科研项目(No.20050568); 温州市科技技术局资助社会发展项目(No.S2005A013); 温州市瓯海区科技技术局资助社会发展软课题。

作者简介: 朱奎, 男, 1975 年生, 博士研究生, 主要从事复合地基和桩基研究。Email:wzzhukui@sina.com

当考虑两根桩相互作用时

$$P_1 = P'_1 + P_{1f}; \quad P_2 = P_{2f} \quad (1)$$

式中 P_1 、 P_2 分别为 A 桩、B 桩的实际摩阻力， P'_1 为单桩情况下桩侧摩阻力， P_{1f} 、 P_{2f} 为考虑加筋效应和遮帘效应后 A 桩和 B 桩的附加剪力。

根据剪切位移法^[2]可得：

$$\left. \begin{aligned} W_1(z) &= \frac{P_1}{k_s} + \xi \frac{P_2}{k_s}; \\ W_2(z) &= \frac{P_2}{k_s} + \xi \frac{P_1}{k_s} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中： $\xi = \ln(r_m/s)/\ln(r_m/r)$ ， r_m 为最大影响半径^[2]， s 为两桩间距。

由微段静力平衡条件得

$$E_p A_p \frac{dW^2(z)}{dz^2} - P = 0 \quad (3)$$

将式 (1)、式 (3) 代入式 (2) 得

$$\left. \begin{aligned} W_1(z) &= \frac{1}{\mu^2} \frac{dW_1^2(z)}{dz^2} + \frac{1}{\mu^2} \frac{dW_2^2(z)}{dz^2} \xi; \\ W_2(z) &= \frac{1}{\mu^2} \frac{dW_2^2(z)}{dz^2} + \frac{1}{\mu^2} \frac{dW_1^2(z)}{dz^2} \xi \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中 $\mu = \sqrt{\frac{k_s}{E_p A_p}}$ 。由式 (4) 得

$$\left. \begin{aligned} W_1(z) &= C_1 e^{m_1 z} + C_2 e^{-m_1 z} + C_3 e^{m_2 z} + C_4 e^{-m_2 z} \\ W_2(z) &= -C_1 e^{m_1 z} - C_2 e^{-m_1 z} + C_3 e^{m_2 z} + C_4 e^{-m_2 z} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中： $m_1 = \frac{\mu}{\sqrt{1-\xi}}$ ； $m_2 = \frac{\mu}{\sqrt{1+\xi}}$

由式 (3) 和式 (5) 得

$$\left. \begin{aligned} P_1(z) &= -E_p A_p [C_1 m_1 e^{m_1 z} - C_2 m_1 e^{-m_1 z} + \\ &\quad C_3 m_2 e^{m_2 z} - C_4 m_2 e^{-m_2 z}] \\ P_2(z) &= -E_p A_p [-C_1 m_1 e^{m_1 z} + C_2 m_1 e^{-m_1 z} + \\ &\quad C_3 m_2 e^{m_2 z} - C_4 m_2 e^{-m_2 z}] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

边界条件为

$$P_1(0) = P_i; \quad P_2(0) = 0 \quad (7)$$

根据文献^[2]，桩端影响系数 $\zeta = 2r/\pi s$ ，则桩端阻力与桩端位移之间的关系为

$$\left. \begin{aligned} W_1(H) &= \frac{P_1(H)}{k_b} + \zeta \frac{P_2(H)}{k_b} \\ W_2(H) &= \frac{P_2(H)}{k_b} + \zeta \frac{P_1(H)}{k_b} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

由式 (5) ~ (7) 得

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{P_i e^{-m_1 H} (1 - \eta m_1 + \zeta \eta m_1)}{4m_1 EA [-\text{ch}(m_1 H) - \eta m_1 \text{sh}(m_1 H) + \zeta \eta m_1 \text{sh}(m_1 H)]} \\ C_2 &= \frac{P_i e^{m_1 H} (-1 - \eta m_1 + \zeta \eta m_1)}{4m_1 EA [-\text{ch}(m_1 H) - \eta m_1 \text{sh}(m_1 H) + \zeta \eta m_1 \text{sh}(m_1 H)]} \\ C_3 &= \frac{P_i e^{-m_2 H} (-1 + \eta m_2 + \zeta \eta m_2)}{4m_2 EA [\text{ch}(m_2 H) + \eta m_2 \text{sh}(m_2 H) + \zeta \eta m_2 \text{sh}(m_2 H)]} \\ C_4 &= \frac{P_i e^{m_2 H} (1 + \eta m_2 + \zeta \eta m_2)}{4m_2 EA [\text{ch}(m_2 H) + \eta m_2 \text{sh}(m_2 H) + \zeta \eta m_2 \text{sh}(m_2 H)]} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中 $\eta = \frac{E_p A_p}{k_b}$ 。

由式 (5) 和式 (9) 得，

$$\begin{aligned} f_{11} &= C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = \\ &\quad \frac{-\text{sh}(m_1 H) - \eta m_1 \text{ch}(m_1 H) + \zeta \eta m_1 \text{ch}(m_1 H)}{2m_1 EA [-\text{ch}(m_1 H) - \eta m_1 \text{sh}(m_1 H) + \zeta \eta m_1 \text{sh}(m_1 H)]} + \\ &\quad \frac{\text{sh}(m_2 H) + \eta m_2 \text{ch}(m_2 H) + \zeta \eta m_2 \text{ch}(m_2 H)}{2m_2 EA [\text{ch}(m_2 H) + \eta m_2 \text{sh}(m_2 H) + \zeta \eta m_2 \text{sh}(m_2 H)]} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} f_{12} &= -C_1 - C_2 + C_3 + C_4 \\ &= \frac{\text{sh}(m_1 H) + \eta m_1 \text{ch}(m_1 H) - \zeta \eta m_1 \text{ch}(m_1 H)}{2m_1 EA [-\text{ch}(m_1 H) - \eta m_1 \text{sh}(m_1 H) + \zeta \eta m_1 \text{sh}(m_1 H)]} + \\ &\quad \frac{\text{sh}(m_2 H) + \eta m_2 \text{ch}(m_2 H) + \zeta \eta m_2 \text{ch}(m_2 H)}{2m_2 EA [\text{ch}(m_2 H) + \eta m_2 \text{sh}(m_2 H) + \zeta \eta m_2 \text{sh}(m_2 H)]} \end{aligned} \quad (11)$$

3 多层地基模型

根据式 (5) 和式 (6) 得：

$$\begin{Bmatrix} W_1(0) \\ W_2(0) \\ P_1(0) \\ P_2(0) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -\alpha_1 & \alpha_1 & -\alpha_2 & \alpha_2 \\ \alpha_1 & -\alpha_1 & -\alpha_2 & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

式中： $\alpha_1 = E_p A_p m_1$ ； $\alpha_2 = E_p A_p m_2$ 。

$$\begin{Bmatrix} W_1(H) \\ W_2(H) \\ P_1(H) \\ P_2(H) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_1^{-1} & \beta_2 & \beta_2^{-1} \\ -\beta_1 & -\beta_1^{-1} & \beta_2 & \beta_2^{-1} \\ -\alpha_1 \beta_1 & \alpha_1 \beta_1^{-1} & -\alpha_2 \beta_2 & \alpha_2 \beta_2^{-1} \\ \alpha_1 \beta_1 & -\alpha_1 \beta_1^{-1} & -\alpha_2 \beta_2 & \alpha_2 \beta_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

式中： $\beta_1 = e^{m_1 H}$ ； $\beta_2 = e^{m_2 H}$ 。

$$\text{令 } M = \begin{Bmatrix} W_1(0) \\ W_2(0) \\ P_1(0) \\ P_2(0) \end{Bmatrix}, \quad C = \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -\alpha_1 & \alpha_1 & -\alpha_2 & \alpha_2 \\ \alpha_1 & -\alpha_1 & -\alpha_2 & \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\text{显然, } M = XC \quad (16)$$

$$\text{令 } N = \begin{Bmatrix} W_1(H) \\ W_2(H) \\ P_1(H) \\ P_2(H) \end{Bmatrix} \quad (17)$$

$$Y = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_1^{-1} & \beta_2 & \beta_2^{-1} \\ -\beta_1 & -\beta_1^{-1} & \beta_2 & \beta_2^{-1} \\ -\alpha_1\beta_1 & \alpha_1\beta_1^{-1} & -\alpha_2\beta_2 & \alpha_2\beta_2^{-1} \\ \alpha_1\beta_1 & -\alpha_1\beta_1^{-1} & -\alpha_2\beta_2 & \alpha_2\beta_2^{-1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\text{显然, } N = YC \quad (19)$$

可以推出 $M = XY^{-1}N$, 化简得,

$$\begin{Bmatrix} W_1(0) \\ W_2(0) \\ P_1(0) \\ P_2(0) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A+B & -A+B & \frac{m_1}{\alpha_1}(D+E) & \frac{m_1}{\alpha_1}(-D+E) \\ -A+B & A+B & \frac{m_1}{\alpha_1}(-D+E) & \frac{m_1}{\alpha_1}(D+E) \\ \alpha_1 D + \alpha_2 E & -\alpha_1 D + \alpha_2 E & \alpha_1 A + \alpha_2 B & -\alpha_1 A + \alpha_2 B \\ -\alpha_1 D + \alpha_2 E & \alpha_1 D + \alpha_2 E & -\alpha_1 A + \alpha_2 B & \alpha_1 A + \alpha_2 B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_1(H) \\ W_2(H) \\ P_1(H) \\ P_2(H) \end{Bmatrix} \quad (20)$$

式中: $A = \text{ch}(m_1 h)$; $B = \text{ch}(m_2 h)$; $D = \text{sh}(m_1 h)$; $E = \text{sh}(m_2 h)$ 。令

$$L = \begin{bmatrix} A+B & -A+B & \frac{m_1}{\alpha_1}(D+E) & \frac{m_1}{\alpha_1}(-D+E) \\ -A+B & A+B & \frac{m_1}{\alpha_1}(-D+E) & \frac{m_1}{\alpha_1}(D+E) \\ \alpha_1 D + \alpha_2 E & -\alpha_1 D + \alpha_2 E & \alpha_1 A + \alpha_2 B & -\alpha_1 A + \alpha_2 B \\ -\alpha_1 D + \alpha_2 E & \alpha_1 D + \alpha_2 E & -\alpha_1 A + \alpha_2 B & \alpha_1 A + \alpha_2 B \end{bmatrix} \quad (21)$$

则 $M = LN$, 对于多层地基, 显然有 $M = L_1 \cdots L_n \cdot N$, 其中 L_1 指土层 1 的矩阵, L_2 指土层 n 的矩阵。

为了便于说明问题, 以双层地基为例, $M =$

$L_1 L_2 N$, 化简得

$$\begin{Bmatrix} W_1(0) \\ W_2(0) \\ P_1(0) \\ P_2(0) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_1(H) \\ W_2(H) \\ P_1(H) \\ P_2(H) \end{Bmatrix} \quad (22)$$

其中:

$$S_{11} = 2(A_1 A_2 + B_1 B_2 + m_1 D_1 D_2 + m_2 E_1 E_2);$$

$$S_{12} = 2(-A_1 A_2 + B_1 B_2 - m_1 D_1 D_2 + m_2 E_1 E_2);$$

$$S_{13} = 2\left(\frac{1}{E_p A_p} A_1 D_2 + \frac{1}{E_p A_p} B_1 E_2 + m_1 D_1 A_2 + m_2 E_1 B_2\right);$$

$$S_{14} = 2\left(\frac{-1}{E_p A_p} A_1 D_2 + \frac{1}{E_p A_p} B_1 E_2 - m_1 D_1 A_2 + m_2 E_1 B_2\right);$$

$$S_{21} = S_{12}, \quad S_{22} = S_{11}, \quad S_{23} = S_{14}, \quad S_{24} = S_{13};$$

$$S_{31} = 2(\alpha_1 D_1 A_2 + \alpha_2 E_1 B_2 + \alpha_1^2 A_1 D_2 + \alpha_2^2 B_1 E_2);$$

$$S_{32} = 2(-\alpha_1 D_1 A_2 + \alpha_2 E_1 B_2 - \alpha_1^2 A_1 D_2 + \alpha_2^2 B_1 E_2);$$

$$S_{33} = 2(m_1 D_1 D_2 + m_2 E_1 E_2 + \alpha_1^2 A_1 A_2 + \alpha_2^2 B_1 B_2);$$

$$S_{34} = 2(-m_1 D_1 D_2 + m_2 E_1 E_2 - \alpha_1^2 A_1 A_2 + \alpha_2^2 B_1 B_2);$$

$$S_{41} = S_{32}, \quad S_{42} = S_{31}, \quad S_{43} = S_{34}, \quad S_{44} = S_{33} \quad (23)$$

根据边界条件式 (7) 和式 (8) 得

$$\begin{aligned} f_{11} = & (S_{41} S_{12} \xi^2 + S_{41} S_{13} k_b \xi + S_{42} S_{13} k_b + S_{44} S_{11} k_b + \\ & S_{44} S_{12} k_b \xi + S_{44} S_{13} k_b^2 - S_{41} S_{12} - S_{41} S_{14} k_b - \\ & S_{42} S_{11} \xi^2 - S_{42} S_{14} k_b \xi - S_{43} S_{11} k_b \xi - S_{43} S_{12} k_b - \\ & S_{43} S_{14} k_b^2) / (S_{42} S_{31} - S_{41} S_{32} - S_{43} S_{32} k_b - \\ & S_{43} S_{34} k_b^2 - S_{41} S_{34} k_b + S_{41} S_{32} \xi^2 + S_{42} S_{33} k_b + \\ & S_{44} S_{33} k_b^2 + S_{44} S_{31} k_b - S_{42} S_{31} \xi^2 - S_{42} S_{34} k_b \xi + \\ & S_{41} S_{33} k_b \xi + S_{44} S_{32} k_b \xi - S_{43} S_{31} k_b \xi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{12} = & (S_{44} S_{23} k_b^2 - S_{43} S_{24} k_b^2 + S_{44} S_{22} k_b \xi - S_{42} S_{24} k_b \xi + \\ & S_{41} S_{23} k_b \xi k_b - S_{41} S_{24} k_b + S_{42} S_{23} - S_{43} S_{22} k_b + \\ & S_{44} S_{21} k_b - S_{43} S_{21} k_b \xi + S_{41} S_{22} \xi^2 + S_{41} S_{21} \xi - \\ & S_{42} S_{21} \xi^2 + S_{42} S_{21} - S_{41} S_{21} \xi - S_{41} S_{22}) / (S_{42} S_{31} - \\ & S_{41} S_{32} - S_{43} S_{32} k_b - S_{43} S_{34} k_b^2 - S_{41} S_{34} k_b + \\ & S_{41} S_{32} \xi^2 + S_{42} S_{33} k_b + S_{44} S_{33} k_b^2 + S_{44} S_{31} k_b - \\ & S_{42} S_{31} \xi^2 - S_{42} S_{34} k_b \xi + S_{41} S_{33} k_b \xi + \\ & S_{44} S_{32} k_b \xi - S_{43} S_{31} k_b \xi) \end{aligned} \quad (24)$$

4 工程算例

为了验证本文理论推导的精确度, 将本文计算结果与文献[3]算例进行比较, 土参数等同文献[5]。

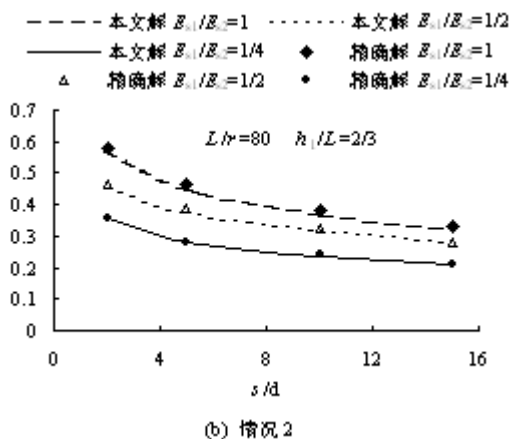
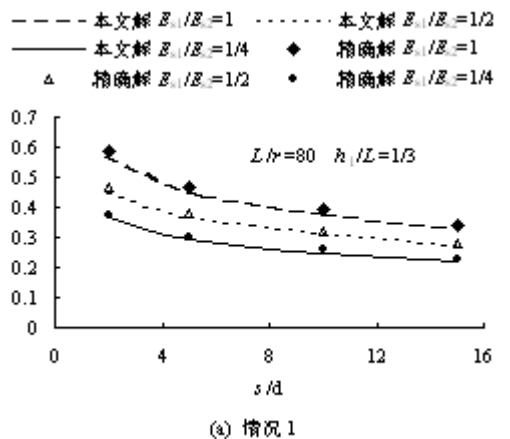


图1 双层地基的两桩作用系数

Fig.1 Pile interaction factor in two layered soil

图1为双层地基的两桩作用系数图。情况 I 为长径比为 80, 第①层土厚度与第②层土厚度比为 1/3 的双层地基的两桩作用系数图; 情况 II 为长径比为 80, 第①层土厚度与第②层土厚度比为 2/3 的双层地基的两桩作用系数图。图中显示本文解与精确解吻合较好, 证明了本文半解析解是正确的。

5 层状分布对沉降的影响

为了讨论层状分布对群桩沉降和轴力的影响, 本文对两个简单的算例进行比较。示意图如图 2 所示。算例中桩长径比为 50, 桩的弹性模量为 25 500 MPa (桩强度等级为 C20), 桩间距与桩径比为 4, 土压缩模量为 4 MPa, 剪切模量为 2.33 MPa。

图 3 为桩位移沿桩长变化图。“1”为情况 I 在 4 桩时桩位移沿桩长变化曲线; “2”为情况 I 在 3 桩

时桩位移沿桩长变化曲线; “3”为情况 II 在 4 桩时桩位移沿桩长变化曲线; “4”为情况 II 在 3 桩时桩位移沿桩长变化曲线, 可见情况 I 的沉降比情况 II 要大。一方面说明了计算沉降时如不考虑土的层状分布, 会造成一定的误差; 另一方面反映桩加固区内浅部土模量的提高对减少地基沉降有较大的贡献。一些软土地区如温州在浅部一般有一层由杂填土形成的硬壳层, 在实践中应尽量利用这个硬壳层以减少地基沉降; 或者可对浅部软土进行注浆处理也可以有效减少地基沉降。顺便指出最近应用较多的刚-柔性桩复合地基实际上是用柔性桩加固浅部区域从而达到优化设计的效果^[4]。图 3 还显示 4 桩沉降比 3 桩沉降要大, 这是群桩效应的结果, 许多研究成果都证实了这点。

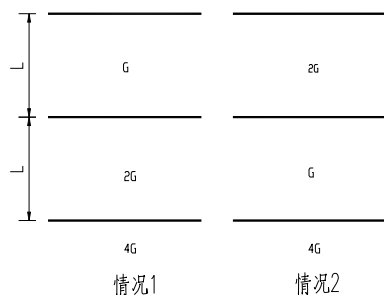


图2 层状土分布图
Fig.2 Layered soil distribution

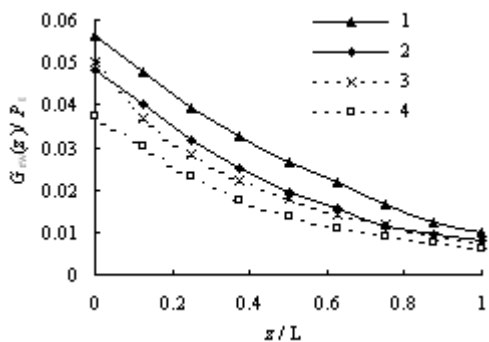


图3 桩位移沿桩长变化图
Fig.3 Pile displacement variation along pile shaft

图 4 为桩轴力沿桩长变化图。“1”为情况 I 在 4 桩时桩轴力沿桩长变化曲线; “2”为情况 I 在 3 桩时桩轴力沿桩长变化曲线; “3”为情况 II 在四桩时桩轴力沿桩长变化曲线; “4”为情况 II 在 3 桩时桩轴力沿桩长变化曲线。从图 4 看出, 桩轴力沿桩长变化规律与桩位移沿桩长变化规律有所不同。桩位移在桩长范围内均匀变化, 而桩轴力沿桩长变化曲线在地基分界处出现拐点, 在不同土层中桩传递荷载的规律是不相同的。通过图 4 实线与虚线的比较可以

发现, 情况 II 的层状土对荷载的扩散能力比情况 I 的层状土对荷载的扩散能力强, 传递至土体的荷载要小, 这也是情况 II 沉降比情况 I 沉降要小的原因。

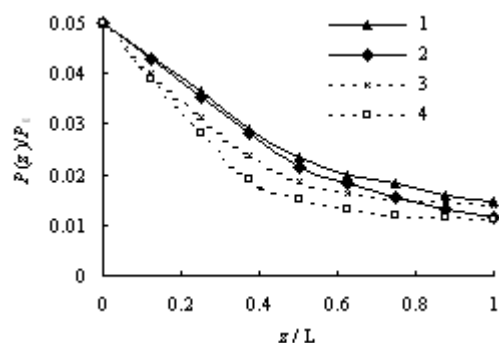


图 4 桩轴力沿桩长变化图

Fig.4 Pile axial force variation along pile shaft

6 结 论

本文用剪切位移法理论结合物理力学关系推导了层状土中群桩基础沉降。由于考虑了桩的加筋与

遮帘效应以及土层状分布特点, 故沉降计算结果相对比较理想, 工程实例表明, 该方法可以取出较好结果。此外, 分析结果表明, 在平均模量相同情况下加固区土层上硬下软比下硬上软沉降要小, 可以利用这个特点优化设计, 取得较好的技术经济效益。

参 考 文 献

- [1] Chow YK. Analysis of vertically load pile group[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1986, 10: 9—72.
- [2] Randolph M F, Wroth C P. Analysis of deformation of vertically pile[J]. **Geotechnique**, 1978, 104(2): 1 465—1 488.
- [3] Mylonakis G, Gazetas G. Settlement and additional forces of grouped piles in layered soil[J]. **Geotechnique**, 1998, 48(1): 55—72.
- [4] Lee CY. Pile group settlement analysis by Hybrid layer approach[J]. **Geotech Eng Div, ASCE**, 1993. 119(6): 984—997